EX 21 :

A/

$g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-Lnx$

1) $g'(x)=\dfrac{-1}{(2x+1)^2}-\dfrac{1}{x}<0$

$\forall x\in\ ]0,+\infty[$

g est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$

2) g est continue est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$ elle réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur

$g\left(]0,+\infty[\right)=\left]\lim\limits_{+\infty} g,\lim\limits_{0^+} g\right[=]-\infty,+\infty[=IR$

Comme $0\in IR$ alors il existe un unique réel α de $]0,+\infty[$ tel que $g(\alpha)=0$

$g(1).g(2)<0\Rightarrow 1<\alpha<2$

.

.

.

calculatrice

$1,8<\alpha<1,9$

3)

x	0		α		$+\infty$
g(x)	|	+	0	-	

$x>\alpha\Rightarrow g(x)<g(\alpha)$

Car g est strictement décroissante

$\Rightarrow g(x)<0$

B/

$f(x)=\dfrac{2Lnx}{x^2+x}$

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2Lnx}{x^2+x}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x+1}\right)\left(\dfrac{Lnx}{x}\right)=0$

2) $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x\right)^2}.g(x)$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$

3)

x	0		α		$+\infty$
f'(x)	|	+	0	-	
f(x)	|	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘	0

$f(\alpha)=\dfrac{2Ln\alpha}{\alpha^2+\alpha}$

Or

$g(\alpha)=0\Rightarrow\boxed{Ln\alpha=\dfrac{\alpha+1}{2\alpha+1}}$

D'où

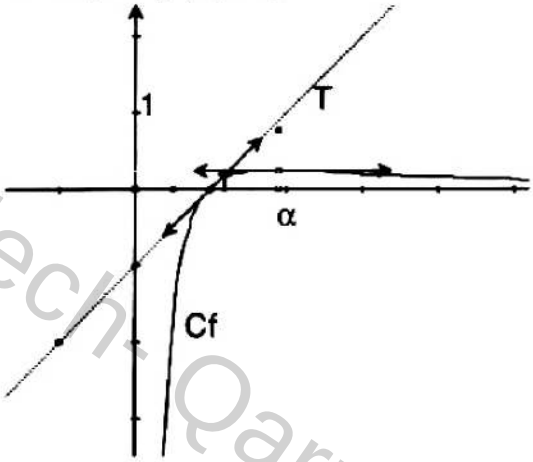
$f(\alpha)=\dfrac{2\left(\dfrac{\alpha+1}{2\alpha+1}\right)}{\alpha^2+\alpha}=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$

4) $*x=0$ *et* $y=0$ sont des asymptotes à (C)

$*T: y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$T: y=x-1$

$*\alpha\ \square\ 1,8\rightarrow f(\alpha)\ \square\ 0,3$



C/1) a) $u(x)=\dfrac{Lnx}{x}$

$U(x)=\dfrac{1}{2}(Ln)^2$ est une primitive de u sur $]0,+\infty[$

b) pour $x\geq 1\ \dfrac{2}{1+x}\leq 1\Rightarrow\dfrac{2}{1+x}.\dfrac{Lnx}{x}\leq\dfrac{Lnx}{x}$

(Car $Lnx\geq 0$) $\Rightarrow f(x)\leq\dfrac{Lnx}{x}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn